线性代数

(第二、三章)

v2.0.2.0204 Alice37

第一章 行列式

- 定义：n阶排列的不同的总数是阶乘的倍数
- 行列式概念
  - 公式：$\det(a_{ij})=\sum(-1)^{\tau(p_1p_2\cdots p_n)}a_{1p_1}a_{2p_2}\cdots a_{np_n}$，$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}=\sum(-1)^{\tau(p_1p_2\cdots p_n)}a_{1p_1}a_{2p_2}\cdots a_{np_n}$（其中$\tau(p_1p_2\cdots p_n)$是排列$p_1p_2\cdots p_n$的逆序数）
  - 1. 行列式，值不变
  - 2. 两行（列）互换，值变号
  - 3. 一行（列）的公因子可提出
  - 4. 行列式中某一行（列）的元素全为零，则行列式值为零
  - 5. 两行（列）成比例，则行列式值为零
  - 6. 一行（列）的元素都是一项，值不变
  - 7. 一行（列）的元素是两项之和，值不变
  - 8. 一行（列）的元素是两项之差，值不变
  - 9. 行列式与它的转置行列式相等
  - 10. 对换行（列）的两个元素，则行列式值变号
  - 11. 行列式等于它的任一行（列）的各元素与其对应的代数余子式乘积之和
  - 12. 行列式中某一行（列）的元素与其对应的代数余子式乘积之和等于零
  - 13. 行列式等于零的充分必要条件是：$D=0$
- 重要行列式
  - 上三角、主对角行列式：$D_n=\begin{vmatrix} a_{11} & & & \\ & a_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_{nn} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$
  - 副对角上三角、副对角行列式：$D_n=\begin{vmatrix} & & & a_{1n} \\ & & a_{2,n-1} & \\ & \iddots & & \\ a_{n1} & & & \end{vmatrix}=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}a_{1n}a_{2,n-1}\cdots a_{n1}$
  - $\begin{vmatrix} A & O \\ O & B \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} A & C \\ D & B \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} A & D \\ C & B \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} A & O \\ C & B \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} A & C \\ O & B \end{vmatrix}=|A||B|$
  - $\begin{vmatrix} O & A \\ B & O \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} O & B \\ A & O \end{vmatrix}=(-1)^{mn}|A||B|$（$A$为$m$阶，$B$为$n$阶）
  - 范德蒙行列式：$D_n=\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}=\prod_{1\le j<i\le n}(x_i-x_j)$ 注意要能自由用此公式
- 行列式的计算
  - 定义
  - 性质
  - 展开定理
  - 拉普拉斯定理
  - 范德蒙行列式
  - 三角形行列式
  - 三角形行列式
  - 三角形